

Congreso Iberoamericano de Educación

METAS 2021

Un congreso para que pensemos entre todos la educación que queremos
Buenos Aires, República Argentina. 13, 14 y 15 de septiembre de 2010

COMPETENCIAS BÁSICAS

Habilidades básicas de razonamiento matemático de estudiantes mexicanos de educación media superior

Norma Larrazolo; Eduardo
Backhoff; Martín Rosas¹ y Felipe
Tirado²

¹ Universidad Autónoma de Baja California. nlarrazolo@yahoo.com

² Universidad Nacional Autónoma de México

Las matemáticas son parte de la vida cotidiana de las personas, a veces imperceptible y en otras ocasiones muy evidentes, que se manifiestan a través del pensamiento, o bien en el lenguaje oral y escrito. Recurrimos al razonamiento matemático cuando requerimos hacer estimaciones mentales o cálculos precisos (con la ayuda de algún dispositivo). Estimar la distancia que recorreremos, el tiempo que necesitamos para realizar alguna tarea, el gasto de la semana, la ingestión de calorías, son ejemplos de la infinidad de actividades donde necesitamos utilizar las habilidades matemáticas de manera informal y casual. Otras actividades más formales requerirán conocimientos más precisos y operaciones más finas donde se utilicen fórmulas matemáticas para resolver problemas de mayor complejidad.

Arch-Tirado (s/f; como se cita en Gómez, 2009) afirma que los números son símbolos y por tanto, al igual que las palabras, tienen un significado, y que éstos forman parte del capital lingüístico de las personas. Asimismo señala que el procesamiento de los números tiene que ver con la manipulación de símbolos y palabras que representan cantidades, y que a través de su manipulación se puede acceder a la comprensión y aplicación de su cálculo.

En México, como en otras naciones, las matemáticas ocupan un lugar central en los planes y programas de estudio, tanto en el nivel de educación básica (preescolar, primaria y secundaria), como en los niveles de educación media superior y superior. Los currículos de matemáticas tienen como propósito central desarrollar las habilidades de razonamiento en los estudiantes para que sean capaces de resolver problemas en forma creativa, y no el de aplicar algoritmos y procedimientos rutinarios. Es decir, a través de las matemáticas se pretende el desarrollo de habilidades y actitudes que faciliten la adquisición del conocimiento de la disciplina (SEP, 1993).

En los estudios realizados por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), de 2004 a la fecha, con relación a las competencias escolares que adquieren los escolares en la educación básica, consistentemente se muestran dos tipos de resultados: 1) una proporción considerable de estudiantes de educación básica no logra adquirir las habilidades y los conocimientos básicos (mínimos o indispensables) en las asignaturas evaluadas, que por lo general son español y matemáticas, y 2) una gran inequidad en la distribución de los aprendizajes de acuerdo con las condiciones socioculturales de los estudiantes. Estos resultados se han obtenido y replicado en distintos grados escolares y dominios curriculares. Particularmente, el caso del aprendizaje de las matemáticas llama la atención por el bajo desempeño que muestran los estudiantes en estas evaluaciones nacionales. Por ejemplo, el INEE reporta que a nivel nacional, 9% de los preescolares de tercer grado no logran adquirir las competencias en Pensamiento matemático que se establecen en el currículo (Backhoff, Andrade, Sánchez y Peón, 2008), 17% de los estudiantes de sexto de primaria no logran adquirir los conocimientos y habilidades mínimas en la asignatura de matemáticas, y lo mismo pasa con el 51% de los estudiantes de tercero de secundaria (Backhoff, Andrade, Peón, Sánchez y Bouzas, 2006).

La Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) que ha realizado la Secretaría de Educación Pública (SEP) de manera censal a estudiantes de educación básica, de 2006 a la fecha, ha mostrado resultados muy similares a los reportados por el INEE. Así, en la evaluación de ENLACE 2009, los alumnos que se ubicaron en el nivel Insuficiente³ en la asignatura de matemáticas fueron los

³ El joven sólo resuelve problemas donde la tarea se presenta directamente. Identifica información en esquemas o gráficas y realiza estimaciones. Efectúa sumas y restas con números enteros y traduce del lenguaje común al lenguaje algebraico. Resuelve problemas en los que se requiere identificar figuras planas y tridimensionales.

siguientes: 18% en tercero de primaria, 19% en sexto de primaria y 55% en tercero de secundaria. Como se podrá observar, estas cifras confirman lo reportado por el INEE en diversas publicaciones, en el sentido de que los educandos mexicanos logran adquirir niveles de competencias académicas muy por debajo de lo que se establece en el currículo nacional (SEP, 2010).

Los estudios internacionales donde ha participado México también dan un panorama muy desolador, ya que los resultados nacionales se comparan con los que obtienen diversos países del mundo; especialmente, aquellos países que pertenecen a la Organización para el Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). Solo para poner un ejemplo, en la evaluación de PISA 2006 (Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes), el 28% de los estudiantes mexicanos de 15 años (que principalmente estudian tercero de secundaria y primero de bachillerato) se ubicó en el nivel 0 y otro 28% en el nivel 1 de la escala de competencias matemáticas. Esto implica que a duras penas los estudiantes mexicanos son capaces de identificar información, desarrollar procedimientos rutinarios con instrucciones directas, así como realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos dados (Díaz, Flores y Martínez-Rizo, 2006).

Aunque en México existe una gran cantidad de información de logro educativo en el nivel de educación básica, en el nivel medio superior se está en una etapa muy incipiente. En términos generales, hay una carencia de estudios nacionales e internacionales cuyo propósito sea evaluar el sistema educativo. Dos esfuerzos realizados recientemente en nuestro país son los que tienen que ver con la prueba ENLACE de bachillerato (que coordina la SEP) y, la prueba Excale-12 (que coordina el INEE). Ambos instrumentos están diseñados para evaluar las competencias que adquieren los estudiantes que terminan el tercer grado de bachillerato. Sin embargo, mientras que la prueba Excale-12 está en etapa de piloteo, ENLACE produjo sus primeros resultados en 2008. En este primer estudio de nivel bachillerato se muestra que el 45% de los estudiantes que terminan este nivel educativo se ubican en el nivel insuficiente de competencias matemáticas (SEP, 2010), lo que viene a fortalecer la idea del pobre aprovechamiento escolar que logran los estudiantes en los niveles de educación básica y media superior.

Además de estas dos pruebas nacionales de bachillerato, los exámenes de ingreso a las instituciones de educación superior también proporcionan información sobre las competencias de los estudiantes que terminan el bachillerato y que desean ingresar al nivel de licenciatura. Con la información que proporcionan estas pruebas se han realizado algunos estudios importantes sobre el nivel de aprovechamiento de los estudiantes. Por ejemplo, el Centro Nacional para la Evaluación de la Educación Superior (CENEVAL), publicó en años anteriores un libro que recopila una decena de estudios sobre los resultados del examen de ingreso al nivel medio superior (Tirado, 2004). Igualmente, con base en los resultados del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA) se han realizado varios estudios sobre: 1) los niveles mínimos de aprendizaje con que llegan los estudiantes a distintas universidades de México (Backhoff y Tirado, 1993) y 2) las diferencias en los aprendizajes de los estudiantes con diferente nivel socioeconómico (Backhoff, Tirado, Larrazolo y Antillón, 1996).

Debido a la disponibilidad de la información que nos ofrece el EXHCOBA, el propósito de este estudio es aportar información más detallada sobre las habilidades básicas de razonamiento matemático que logran, o no, adquirir los estudiantes que terminan el bachillerato en México. Para ello, analizamos 45 competencias matemáticas que forman parte del EXHCOBA, cuyos resultados provienen de cinco universidades públicas estatales durante los últimos años.

MÉTODO

Como ya se mencionó, el propósito de esta investigación es conocer las habilidades básicas de razonamiento matemático que dominan los estudiantes que terminan el nivel medio superior en cinco entidades federativas de México. Dichas habilidades matemáticas fueron seleccionadas de los contenidos del EXHCOBA, que se utiliza como examen de ingreso a diversas universidades públicas. A continuación se describen las características principales de este examen, poniendo énfasis en: la sección de razonamiento cuantitativo y matemáticas elementales; la población de estudiantes que participó en el estudio; los procedimientos y condiciones en que se administró el examen, y; los análisis estadísticos realizados.

Instrumentos

El EXHCOBA es un examen confiable y válido, sobre el que se han realizado varias tesis doctorales y se han publicado una gran cantidad de trabajos de investigación sobre su diseño conceptual y sus características psicométricas. Debido a que el EXHCOBA es un instrumento muy conocido, se omiten sus evidencias de confiabilidad y validez, algunas de las cuales se encuentran publicadas en los siguientes documentos: Validez predictiva del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (Tirado, Backhoff, Larrazolo y Rosas, 1997) y Nivel de dificultad y discriminación del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos [EXHCOBA] (Backhoff, Larrazolo y Rosas, 2000).

La estructura conceptual del EXHCOBA presenta ciertas particularidades que son importantes de señalar en este apartado, dado que será un punto de referencia para analizar los resultados. En principio, hay que decir que el Examen se diseñó para evaluar los conocimientos y habilidades básicas que el alumno adquiere durante su experiencia escolar: desde la primaria hasta el bachillerato. Lo básico hace referencia a aquellos aprendizajes que son necesarios para continuar aprendiendo; por ejemplo, es imprescindible poseer la habilidad de comprensión lectora para entender un texto; asimismo, es indispensable tener las habilidades básicas de aritmética para aprender álgebra. Con esta idea de evaluar las competencias básicas, la estructura del EXHCOBA contempla tres grandes secciones: habilidades básicas, que hacen referencia a lo elemental que se aprende en primaria; conocimientos básicos, que se relacionan con los aprendizajes que se enseñan en secundaria, y; conocimientos básicos de especialidad, que tienen que ver con los conocimientos que se adquieren en el bachillerato y que se relacionan estrechamente con la carrera que haya seleccionado el estudiante.

Debido a que este trabajo se centra las habilidades básicas de razonamiento matemático, en las tablas I y II se describe, respectivamente, el contenido matemático del EXHCOBA de las secciones de Habilidades básicas (30 reactivos) y de Conocimientos básicos (15 reactivos). Se excluye la tercera sección, Conocimientos de especialidad (de matemáticas), debido a que la responden solo algunos de los estudiantes que desean ingresar a la universidad. En la columna del lado derecho se muestran las áreas temáticas en que se agrupan los conocimientos y habilidades a evaluar, los que se definen en la columna del lado izquierdo. Así, lo que en el EXHCOBA se entiende por manejo de números y cantidades, está compuesto por cinco habilidades: Sumas algebraicas, Secuencias lógicas, Solución de problemas (aritméticos), Unidad/decena/centena y Décima/centésima/milésima. Es importante señalar al lector que deberá tener cautela al momento de interpretar los resultados de este examen (como de cualquier otro), toda vez que los nombres de las competencias que se evalúan pueden generar sobre generalizaciones inadecuadas. Siempre se

deberá considerar la definición concreta (sea conocimiento o habilidad) a la que alude una habilidad, así como el reactivo concreto con que se evalúa su dominio. El lector interesado puede consultar las siguientes publicaciones donde se describen la estructura y filosofía del EXHCOBA: Desarrollo del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (Backhoff y Tirado, 1992) y Estructura y lógica del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (Backhoff y Tirado, 1994).

Tabla I. Áreas y nodos de la sección de Habilidades Cuantitativas del EXHCOBA

Áreas modales	Nodos
<p>Manejo de números y cantidades. Habilidad para realizar sumas y restas algebraicas, manejar los conceptos de unidad, decena, centena, y décima, centésima, milésima, así como resolver series numéricas y problemas escritos.</p>	<p>1.- Sumas algebraicas. Solución de problemas de números positivos y negativos.</p> <p>2.- Secuencias lógicas. Determinación de un elemento de series numéricas del tipo: 6, 8, 11, 15...</p> <p>3.- Solución de problemas. Solución de problemas aritméticos escritos que involucran el uso de sumas y restas alternadas.</p> <p>4.- Unidad/decena/centena. Solución de problemas que impliquen la noción posicional de unidades, decenas y centenas.</p> <p>5.- Décima/centésima/milésima. Solución de problemas que impliquen la noción posicional de décimas, centésimas y milésimas.</p>
<p>Operaciones básicas. Habilidad para realizar operaciones básicas de multiplicación y división con decimales, y conocer el concepto de exponente.</p>	<p>6.- Multiplicación. Solución de problemas que involucren la multiplicación como suma abreviada.</p> <p>7.- División. Solución de problemas que involucren una fracción común como división.</p> <p>8.- Exponentes. Solución de problemas que involucren la exponenciación como multiplicación abreviada.</p>
<p>Fracciones y quebrados. Habilidad para manejar gráficamente fracciones, así como realizar operaciones básicas con fracciones y decimales, y resolver problemas escritos de esta naturaleza.</p>	<p>9.- Equivalencias: fracciones-decimales. Solución de problemas que involucren conversión de decimales a fracciones comunes.</p> <p>10.- Partes proporcionales. Obtención de partes proporcionales de un número mediante fracciones comunes.</p> <p>11.- Concepto/fracción. Explicación verbal de una fracción común dada del tipo a/b.</p> <p>12.- Gráfica/fracción. Representación gráfica de fracciones comunes simples.</p> <p>13.- Gráfica/decimal. Representación gráfica de fracciones decimales simples.</p> <p>14.- Suma/fracciones. Representación gráfica de sumas de fracciones comunes simples.</p> <p>15.- Resta/decimales. Solución de restas simples con números decimales.</p> <p>16.- Multiplicación decimales. Solución de multiplicaciones sencillas con números decimales.</p> <p>17.- División/decimales. Solución de divisiones sencillas con números decimales.</p> <p>18.- Cantidad. Solución de problemas de conversión de monedas.</p>
<p>Geometría y medidas. Habilidad para resolver problemas de longitud, área, volumen, peso, masa y tiempo.</p>	<p>19.- Longitud. Solución de problemas que involucren el cálculo de la circunferencia.</p> <p>20.- Área. Solución de problemas que involucren el cálculo de la superficie de un sólido geométrico regular.</p>

	<p>21.- Volumen. Solución de problemas que involucren el cálculo del volumen de un cubo.</p> <p>22.- Peso/masa. Solución de problemas escritos utilizando los conceptos de peso, masa y volumen.</p> <p>23.- Tiempo. Solución de problemas escritos utilizando unidades de tiempo (días, horas, minutos, etc.).</p>
<p>Proporciones y porcentajes. Habilidad para resolver problemas escritos que impliquen proporciones, especialmente utilizando la regla de tres simple.</p>	<p>24.- Equivalencias. Solución de problemas que involucren la expresión de partes proporcionales como fracciones comunes.</p> <p>25.- Solución/problemas. Solución de problemas que involucren la obtención de un número a partir de sus partes proporcionales.</p> <p>26.- Regla de tres. Solución de problemas de proporciones utilizando la regla de tres simple e inversa.</p>
<p>Ángulos. Habilidad para resolver problemas de suma de ángulos.</p>	<p>27.- Ángulos. Solución de problemas utilizando la noción de que los ángulos internos de un triángulo o de un cuadrado suman 180° 360°, respectivamente.</p>
<p>Probabilidad y estadística. Habilidad para calcular promedios simples y resolver problemas sencillos de probabilidad.</p>	<p>28.- Probabilidad/decimales. Solución de problemas de probabilidad involucrando la conversión de partes proporcionales a fracciones decimales.</p> <p>29.- Probabilidad/enteros. Solución de la probabilidad de ocurrencia de un evento expresada en fracciones comunes.</p> <p>30.- Media estadística. Solución de problemas utilizando el cálculo de la media estadística de un conjunto de datos.</p>

Tabla II. Áreas y nodos de la sección de Matemáticas básicas del EXHCOBA

Áreas	Nodos
<p>Aritmética. Conocimiento y uso del concepto mayor que-menor que, igual-no igual, expresiones lógicas para describir conjuntos, equivalencias y exponentes.</p>	<p>1.- Concepto mayor que/menor que. Solución de problemas utilizando las relaciones mayor que, menor que igual que.</p> <p>2.- Conjuntos. Utilización de expresiones lógicas para describir conjuntos.</p> <p>3.- fracciones/decimales. Transformación de fracciones decimales a fracciones comunes y viceversa</p> <p>4.- Exponentes. Solución de problemas que impliquen la noción de raíz cuadrada.</p>
<p>Sistema binario. Conocimiento de la notación binaria.</p>	<p>5.- Sistema binario. Solución de problemas con uso de desarrollo exponencial de números binarios.</p>
<p>Geometría. Capacidad para calcular áreas, obtener volúmenes, problemas con ángulos y conceptos básicos de trigonometría.</p>	<p>6.- Concepto/área. Solución de problemas que involucren áreas combinadas mediante triangulación</p> <p>7.- Concepto/volumen. Solución de problemas que involucren el concepto de la base por la altura</p> <p>8.- líneas y ángulos. Cálculo de ángulos que se forman en la intersección de líneas rectas</p> <p>9.- Trigonometría. Solución de problemas aplicando el concepto de semejanza de triángulos.</p>
<p>Probabilidad. Conocimiento e interpretación de expresiones probabilísticas.</p>	<p>10.- Probabilidad. Solución de problemas simples de probabilidad.</p>

<p>Álgebra. Comprensión del principio del despeje de incógnitas, operaciones algebraicas (sustitución de incógnitas), simplificación de ecuaciones, despeje de ecuaciones de primer grado y expresión algebraica de un problema.</p>	<p>11.- Solución de ecuaciones. Solución de problemas mediante ecuaciones lineales.</p> <p>12.- Expresiones algebraicas: evaluación. Evaluación de expresiones algebraicas.</p> <p>13.- Ecuaciones algebraicas: simplificación. Simplificación de expresiones algebraicas lineales.</p> <p>14.- Ecuaciones lineales. Solución de ecuaciones de primer grado.</p> <p>15- Expresión algebraica: solución de problemas. Planteamiento y solución de problemas en términos de ecuaciones.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Para ilustrar el tipo de reactivos que se utilizan en el EXHCOBA, se presentan a continuación dos ejemplos de ítems que tienen que ver con: 1) secuencias numéricas lógicas y 2) problemas aritméticos escritos:

Ejemplo: secuencias numéricas lógicas

<p><i>Elige la opción que completa la siguiente serie de números: 7,17, 25, 31, 35. . .</i></p> <p>a)...45 b)...43 c)...39 d)...37 e) No sé</p>

Ejemplo: Problemas aritméticos escritos

<p>Un gusano cayó en un hoyo de 5m. de profundidad. Si en el día sube 3m. y en la noche resbala 2 m., ¿cuántos días se tardará en salir del hoyo?</p> <p>a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) No sé.</p>

Administración del EXHCOBA

Dos características que se deben destacar sobre la administración del EXHCOBA es: 1) el uso de los resultados como requisito de ingreso a la universidad, y 2) el procedimiento estandarizado y computarizado de aplicación. La primera característica nos asegura que los estudiantes hayan puesto su mejor interés y voluntad para contestar verazmente el examen, toda vez que de sus resultados depende su ingreso a una institución universitaria; condición que nos permite tener confianza en los resultados que analizamos.

Por otro lado, el procedimiento de aplicación del EXHCOBA se realiza en forma estandarizada, a través de una interfaz computarizada sencilla y amigable, aún para el estudiante que no tiene mucha experiencia en el uso de las computadoras. Esta otra característica nos asegura que todos los estudiantes hayan respondido el examen en las mismas condiciones; lo que agrega un elemento más de confianza en los resultados.

Solo para mostrarle al lector la interfaz computarizada de este examen se presenta la figura 1, que muestra la pantalla que se le presenta al estudiante para responder el examen. Del lado izquierdo se encuentra la base de la pregunta y abajo sus opciones de respuesta. En la cuadrícula del lado derecho se encuentran los reactivos numerados del examen (200). El lector interesado podrá consultar la siguiente publicación que describe las particularidades de la interfaz que se utiliza para administrar el EXHCOBA: Sistema Computarizado de Exámenes [SICODEX] (Backhoff, Ibarra y Rosas, 1995).



Figura 1. Interfaz computarizada del EXHCOBA

Población estudiada: descripción de las poblaciones de estudiantes de las cinco universidades

Se seleccionaron los resultados de las siguientes cinco universidades públicas mexicanas, debido a su gran tamaño y a que absorben la gran mayoría de alumnos que estudian el nivel de educación superior en el estado correspondiente: Universidad Autónoma de Baja California (UABC), Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ), Universidad Autónoma de Nayarit (UAN), Universidad de Sonora (UNISON) y Universidad de Guanajuato (UGTO). Asimismo, para cada universidad se seleccionaron cuatro cohortes de estudiantes: 2006, 2007, 2008 y 2009.

La tabla III presenta el número total de estudiantes que fueron evaluados por el EXHCOBA en cada institución y año. Como se podrá apreciar, el número total de estudiantes suma 212 mil 717, de los cuales más de la tercera parte pertenecen a la UABC y una quinta parte a la UNISON. Asimismo, el número de estudiantes que presentan este examen de ingreso ha crecido año con año, hasta llegar a los casi 62 mil alumnos en 2009.

Tabla III. Poblaciones de estudiantes evaluadas con el EXHCOBA los últimos cuatro años en cinco universidades mexicanas

Instituciones	2006	2007	2008	2009	Total
UABC	19 535	19 954	22 014	24 301	85 804
UAN	5 621	6 367	5 987	6 912	24 887
UAQ	8 263	7 791	7 924	8 866	32 844
UG	3 260	7 124	7 491	9 777	27 652
UNISON	8 332	10 153	10 978	12 067	41 530
Total	45 011	51 389	54 584	61 923	212 717

Los estudiantes de las cinco instituciones fueron evaluados en estos cuatro años con diversas versiones del EXHCOBA, que se muestran en la tabla IV. Todas las versiones

evalúan los mismos contenidos temáticos del examen, pero con reactivos diferentes. Aunque la idea es que las versiones, y cada uno de sus reactivos, sean equivalentes entre sí, nunca es posible lograr una igualdad perfecta. Por esta razón, los análisis que se presentan a continuación sólo se basarán en las versiones 2, 3 y 4 que se utilizaron en 2006 y 2007, en las cinco instituciones universitarias ya mencionadas. Es importante decir que cada versión completa del EXHCOBA la responde aproximadamente el 10% de la población evaluada; el resto de los estudiantes responde versiones combinadas. Por ejemplo, en la UABC se utilizaron cuatro versiones del EXHCOBA (2, 3, 4 y 5) en 2006. Cada versión completa fue contestada por el 10% de los estudiantes, mientras que el 60% de los alumnos contestaron versiones mixtas que se combinaron de forma aleatoria (que no forman parte de este trabajo).

Tabla IV. Versiones utilizadas del EXHCOBA por institución y año

Instituciones	Año	Versiones del EXHCOBA					
		V. 2	V. 3	V. 4	V. 5	V. 6	V. 7
UABC	2006	X	X	X	X		
	2007	X	X	X	X		
	2008	X		X	X	X	X
	2009					X	X
UAN	2006	X	X	X			
	2007	X	X	X			
	2008	X		X	X		
	2009					X	X
UAQ	2006	X	X	X			
	2007	X	X	X	X		
	2008					X	X
	2009					X	X
UGTO	2006	X	X	X			
	2007	X	X	X	X		
	2008	X	X	X	X	X	X
	2009		X	X	X	X	X
UNISON	2006	X	X	X			
	2007	X	X	X			
	2008					X	X
	2009	X		X	X		

Donde: v = versión

Resultados

El análisis de resultados se divide en dos partes fundamentales. La primera de ellas aborda la forma en cómo se comporta el examen en las cinco instituciones, en las dos cohortes y en las tres versiones. Con este análisis se intenta dar una idea de la estabilidad y equivalencia de los resultados. No se muestran todas las propiedades psicométricas del EXHCOBA, dado que esto rebasaría el espacio de esta ponencia. Sin embargo, se remite al lector a consultar algunas de las publicaciones que dan muestra de la validez del examen, que ya se señalaron anteriormente. El segundo análisis, que es el central en este trabajo y el más abundante, describe el dominio que tienen los estudiantes en las habilidades y conocimientos matemáticos evaluados, destacando las debilidades que muestran los estudiantes que terminan el bachillerato en estas cinco instituciones mexicanas.

Estabilidad y equivalencia de los resultados

La tabla V muestra la proporción (o porcentaje) promedio de aciertos que obtuvieron los estudiantes en las secciones de Habilidades cuantitativas y Conocimientos básicos (de matemáticas). Esta información se presenta para las tres versiones del examen, para las cinco instituciones y para las dos cohortes de estudiantes seleccionados. De manera general, podemos observar en esta tabla lo siguiente:

1. Que en las cinco instituciones los estudiantes dominan mayormente las Habilidades cuantitativas (del nivel primaria) que los Conocimientos básicos (del nivel secundaria), lo que sería de esperar en cualquier examen que fuera sensible al nivel de escolaridad.
2. Que el comportamiento de cada versión del examen en las dos cohortes de estudiantes es casi idéntico, lo que muestra la estabilidad de los resultados del examen de un año a otro en la misma entidad federativa, aún cuando se trate de estudiantes distintos.
3. Que para cada institución las dificultades de las tres versiones del examen son similares, aunque no idénticas. En algunos casos las variaciones son mínimas (en Habilidades cuantitativas: UABC, UAQ, UGTO y UNISON); en otro, se observan variaciones más importantes (en Habilidades cuantitativas y en Matemáticas básicas: UAN).
4. Que el dominio que tienen los estudiantes de las habilidades y conocimientos básicos de matemáticas difiere de una institución a otra (o de un estado a otro). Los estudiantes de los estados de Nayarit, Querétaro y Guanajuato, obtienen mejores calificaciones que los estudiantes de Baja California y Sonora. Estos resultados también sería de esperarse, considerando que las distintas regiones geográficas de México difieren, entre otras cosas, en sus características económicas, culturales y educativas.

Tabla V. Proporción de aciertos en las secciones de Habilidades cuantitativas y Conocimientos básicos en cinco universidades, en tres versiones del EXHCOBA y en dos cohortes de estudiantes

Institución	Cohorte	Número de estudiantes evaluados			Habilidades cuantitativas (k=30)			Matemáticas básicas (k=15)		
		V.2	V.3	V.4	V.2	V.3	V.4	V.2	V.3	V.4
UABC	2006	1951	1945	1965	0.65	0.64	0.60	0.44	0.48	0.51
	2007	1999	1995	1992	0.65	0.64	0.62	0.44	0.48	0.52
UAN	2006	564	555	564	0.71	0.66	0.63	0.39	0.44	0.49

	2007	643	639	633	0.70	0.62	0.60	0.40	0.40	0.47
UAQ	2006	831	836	821	0.71	0.70	0.70	0.51	0.54	0.61
	2007	761	779	757	0.71	0.70	0.70	0.51	0.55	0.60
UGTO	2006	339	334	332	0.74	0.75	0.73	0.51	0.61	0.63
	2007	742	722	727	0.69	0.69	0.65	0.48	0.56	0.57
UNISON	2006	864	800	826	0.63	0.63	0.59	0.43	0.50	0.51
	2007	1020	1027	962	0.63	0.61	0.60	0.43	0.47	0.51

Para apreciar la estabilidad de los resultados del EXHCOBA en cada una de las habilidades y conocimientos evaluados se presentan las figuras 1 y 2, que muestran, respectivamente: 1) la proporción de aciertos en la versión de Habilidades cuantitativas de estudiantes de la UABC en dos cohortes de estudiantes (2006 y 2007) y 2) la proporción de aciertos en tres versiones de Habilidades cuantitativas (2, 3 y 4) de estudiantes de la UABC en 2007.

En la figura 1 se puede apreciar un comportamiento prácticamente idéntico de las dos cohortes de estudiantes en cada uno de los 30 reactivos utilizados en la versión 2; comportamientos similares se observan en las demás versiones. Esto quiere decir que el EXHCOBA mide consistentemente los aprendizajes de los estudiantes a través del tiempo, y que en un estado (o en un país) las competencias que se adquieren no cambian de un año a otro.

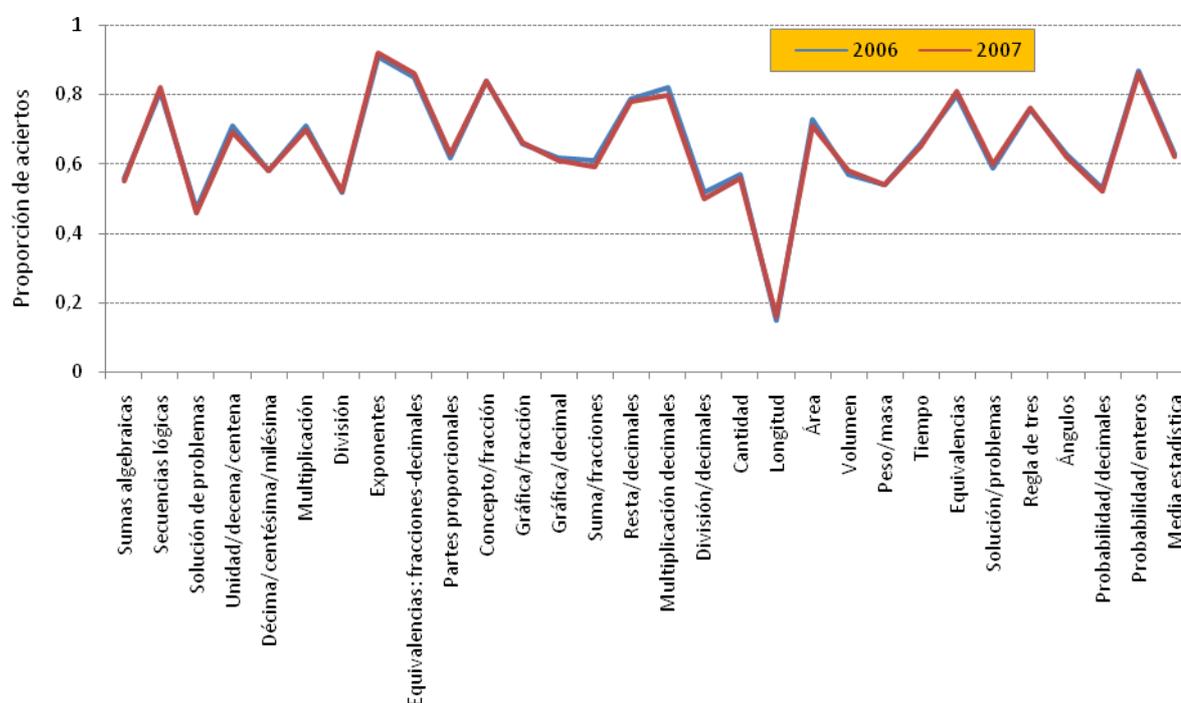


Figura 1. Comportamiento de la versión e del EXHCOBA en dos cohortes de estudiantes de la UABC

Por su parte la figura 2 muestra que en las versiones 2, 3 y 4 de Habilidades cuantitativas, el comportamiento de los 30 reactivos es bastante similar, aunque no idéntico como cuando se compara una misma versión en dos cohortes de estudiantes.

En este caso, se observan versiones de ítems con algunas diferencias importantes en su nivel de dificultad (por ejemplo: Equivalencias: fracciones/decimales), aunque estos casos son la excepción. En términos generales, podemos decir que el comportamiento de las tres versiones de reactivos es muy equivalente.

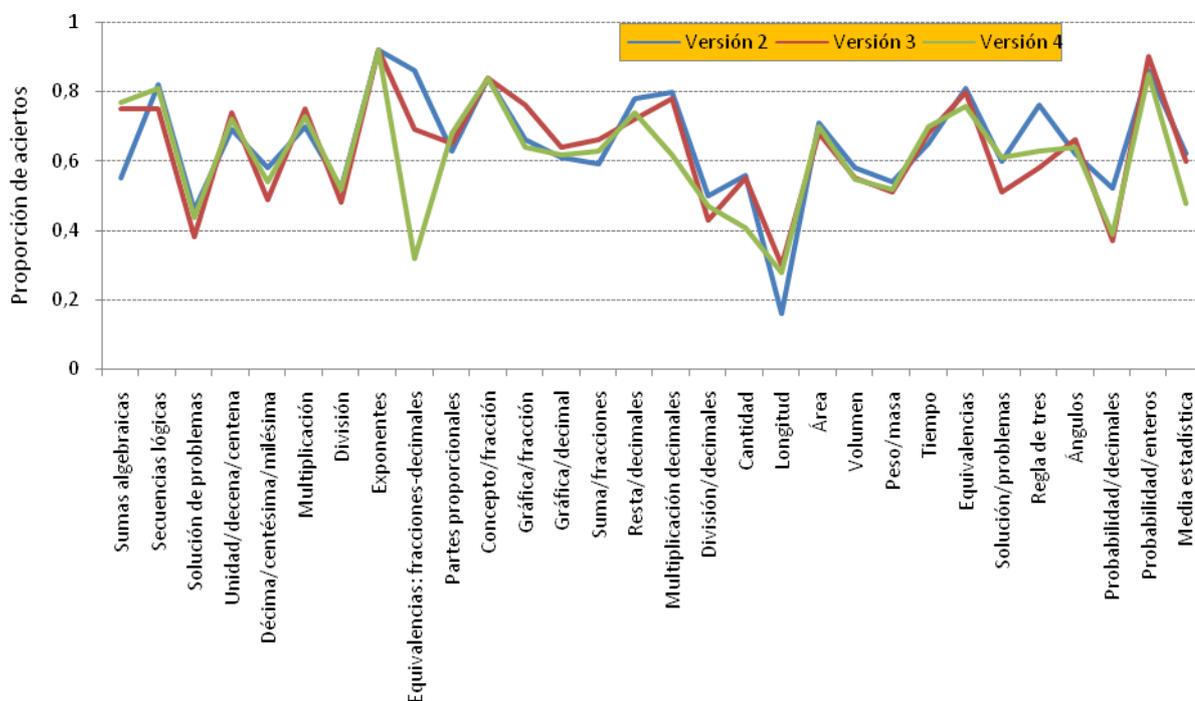


Figura 2. Comportamiento de tres versiones del EXHCOBA en una cohorte de estudiantes de la UABC, 2007

Dominio académico de los estudiantes

Una vez documentada la estabilidad de los resultados del EXHCOBA, volvamos a la tabla V para analizar el grado en que se dominan las competencias matemáticas (de primaria y de secundaria) los estudiantes que terminan el bachillerato y que aspiran a ingresar a la educación superior. En el siguiente análisis se tomó en consideración las tres versiones del EXHCOBA de manera conjunta:

1. En promedio, los estudiantes de las cinco instituciones dominan entre el 60 y 75% de los contenidos temáticos que se enseñan en la primaria y que se relacionan con las siguientes Habilidades cuantitativas: Manejo de números y cantidades; Operaciones básicas; Fracciones y quebrados; Geometría y medidas; Proporciones y porcentajes; Ángulos, y; Probabilidad y estadística.
2. En promedio, los alumnos evaluados dominan entre el 39 y 63% de los Conocimientos básicos de matemáticas que se imparten en la secundaria y que se relacionan con las siguientes áreas temáticas: Aritmética, Sistema binario, Geometría, Probabilidad y Álgebra

Para interpretar correctamente esta información, es importante recalcar que lo que mide el EXHCOBA son competencias básicas, mínimas e indispensables para continuar aprendiendo la asignatura de matemáticas en el nivel de educación superior. Por otro lado, este examen no mide conocimientos puntuales ni habilidades complejas que también se enseñan en los niveles de primaria y secundaria en México.

Ahora bien, una pregunta que se desprende de los resultados anteriores es ¿cuáles competencias son del dominio de los estudiantes y cuáles no? Para responder a esta pregunta, se analizaron los resultados de los estudiantes de la cohorte de 2007, de las

cinco instituciones, utilizando la versión 2 del examen.⁴ En las tablas VI y VII se muestran la proporción de aciertos para cada uno de los 45 reactivos que conforman, respectivamente, las secciones de Habilidades cuantitativas y Conocimientos básicos de matemáticas.

Tabla VI. Proporción de aciertos en los reactivos de Habilidades cuantitativas en la versión 2 del EXHCOBA en cinco instituciones: 2007

Ítems	Nodos	UABC	UAN	UAQ	UGTO	UNISON
HC1	Sumas algebraicas	0.55	0.53	0.65	0.58	0.54
HC2	Secuencias lógicas	0.82	0.80	0.88	0.83	0.81
HC3	Solución de problemas	0.46	0.49	0.48	0.47	0.44
HC4	Unidad/decena/centena	0.69	0.72	0.80	0.70	0.64
HC5	Décima/centésima/milésima	0.58	0.52	0.61	0.61	0.53
HC6	Multiplicación	0.70	0.74	0.81	0.73	0.68
HC7	División	0.52	0.52	0.51	0.52	0.49
HC8	Exponentes	0.92	0.89	0.91	0.93	0.86
HC9	Equivalencias: fracciones-decimales	0.86	0.82	0.82	0.85	0.80
HC10	Partes proporcionales	0.63	0.69	0.73	0.63	0.60
HC11	Concepto/fracción	0.84	0.84	0.86	0.86	0.81
HC12	Gráfica/fracción	0.66	0.75	0.74	0.71	0.64
HC13	Gráfica/decimal	0.61	0.68	0.71	0.68	0.59
HC14	Suma/fracciones	0.59	0.68	0.72	0.64	0.58
HC15	Resta/decimales	0.78	0.80	0.85	0.82	0.73
HC16	Multiplicación decimales	0.80	0.86	0.87	0.89	0.73
HC17	División/decimales	0.50	0.53	0.63	0.54	0.52
HC18	Cantidad	0.56	0.64	0.64	0.59	0.55
HC19	Longitud	0.16	0.24	0.27	0.28	0.18
HC20	Área	0.71	0.72	0.77	0.76	0.71
HC21	Volumen	0.58	0.64	0.66	0.65	0.56
HC22	Peso/masa	0.54	0.69	0.69	0.66	0.64
HC23	Tiempo	0.65	0.71	0.70	0.63	0.62
HC24	Equivalencias	0.81	0.82	0.84	0.82	0.78
HC25	Solución/problemas	0.60	0.72	0.61	0.63	0.61

⁴ Análisis con otras cohortes y otras versiones del examen darían resultados muy similares a los que se presentan a continuación, con ligeras diferencias.

HC26	Regla de tres	0.76	0.82	0.77	0.75	0.73
HC27	Ángulos	0.62	0.68	0.76	0.66	0.58
HC28	Probabilidad/decimales	0.52	0.58	0.50	0.57	0.50
HC29	Probabilidad/enteros	0.86	0.94	0.88	0.87	0.83
HC30	Media estadística	0.62	0.82	0.72	0.70	0.66

Tabla VII. Proporción de aciertos en los reactivos de Conocimientos básicos de matemáticas en la versión 2 del EXHCOBA en cinco instituciones: 2007

Ítems		UABC	UAN	UAQ	UGTO	UNISON
Mat1	Concepto mayor que/menor que	0.44	0.44	0.51	0.42	0.45
Mat2	Conjuntos	0.57	0.56	0.66	0.64	0.57
Mat3	fracciones/decimales	0.48	0.45	0.55	0.54	0.48
Mat4	Exponentes	0.12	0.13	0.19	0.21	0.14
Mat5	Sistema binario	0.57	0.52	0.65	0.57	0.53
Mat6	Concepto/área	0.38	0.41	0.47	0.45	0.42
Mat7	Concepto/volumen	0.38	0.38	0.50	0.43	0.42
Mat8	líneas y ángulos	0.78	0.76	0.86	0.80	0.76
Mat9	Trigonometría	0.33	0.28	0.40	0.34	0.33
Mat10	Probabilidad	0.28	0.28	0.30	0.23	0.27
Mat11	Solución de ecuaciones	0.33	0.30	0.47	0.44	0.34
Mat12	Expresiones algebraicas: evaluación	0.42	0.35	0.48	0.52	0.38
Mat13	Ecuaciones algebraicas: simplificación	0.34	0.22	0.40	0.38	0.31
Mat14	Ecuaciones lineales	0.35	0.26	0.46	0.43	0.34
Mat15	Expresión algebraica: solución de problemas	0.76	0.69	0.77	0.77	0.72

Para simplificar el análisis, se presentan las figuras 3 y 4 que muestran una síntesis de los resultados de estas dos tablas, respectivamente. En ellas aparecen los reactivos ordenados, de manera descendente, de acuerdo con la media de aciertos de los estudiantes; adicionalmente, se presentan los valores mínimos y máximos obtenidos en promedio por las cinco instituciones. Estas gráficas nos ayudan a visualizar las competencias individuales que dominan los estudiantes y aquellas en que las que tienen mayor dificultad.

Así, en la figura 3, que presenta los resultados de Habilidades cuantitativas, se puede observar que: nueve de cada diez estudiantes tienen el concepto de *exponente como una multiplicación abreviada*; 88% pueden calcular la *probabilidad de ocurrencia de un evento expresada en fracciones comunes*; 84% conoce el *concepto de fracción*; 83% puede convertir *decimales a fracciones comunes*, son capaces de realizar

multiplicaciones sencillas con números decimales y puede determinar un elemento en una serie numérica simple.

Respecto a las habilidades de mayor dificultad, tenemos que: menos de una cuarta parte de los alumnos (23%) fueron capaces de resolver problemas relacionados con el *cálculo de una circunferencia*; menos de la mitad (47%) saben *obtener un número a partir de sus partes proporcionales*; apenas 51% puede solucionar problemas que involucren una *fracción común como división*; 53% resuelve problemas de *probabilidad involucrando la conversión de partes proporcionales a fracciones decimales*; 54% puede realizar *divisiones sencillas con números decimales*; 57% soluciona problemas que impliquen la *noción posicional de décimas, centésimas y milésimas*, y; finalmente, solo el 60% puede dar solución a problemas que impliquen *conversión de monedas*.

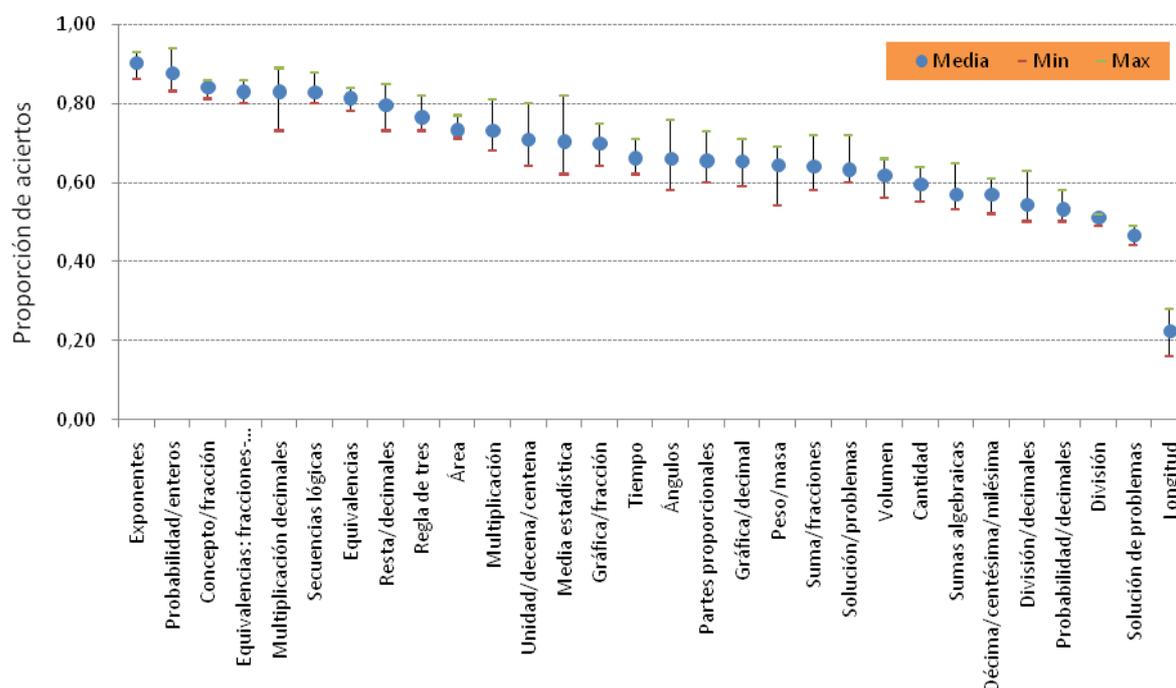


Figura 3. Medidas de tendencia central y dispersión de la proporción de aciertos en Habilidades cuantitativas (versión 2 del EXHCOBA) de cinco universidades mexicanas: 2007

Con respecto al dominio de los Conocimientos básicos de matemáticas, la figura 4 muestra que 78% de los estudiantes es capaz de *calcular ángulos que se forman en la intersección de líneas rectas* y que el 76% puede *plantear y dar solución a problemas en términos de ecuaciones*. En el otro extremo, apenas el 16% es capaz de resolver problemas que impliquen una *raíz cuadrada simple*; 27% puede resolver *problemas simples de probabilidad*; 33% sabe *simplificar expresiones algebraicas lineales*; 34% da solución a problemas *aplicando el concepto de semejanza de triángulos*; 37% puede resolver *ecuaciones de primer grado, y*; 38% puede dar solución a problemas *mediante ecuaciones lineales*.

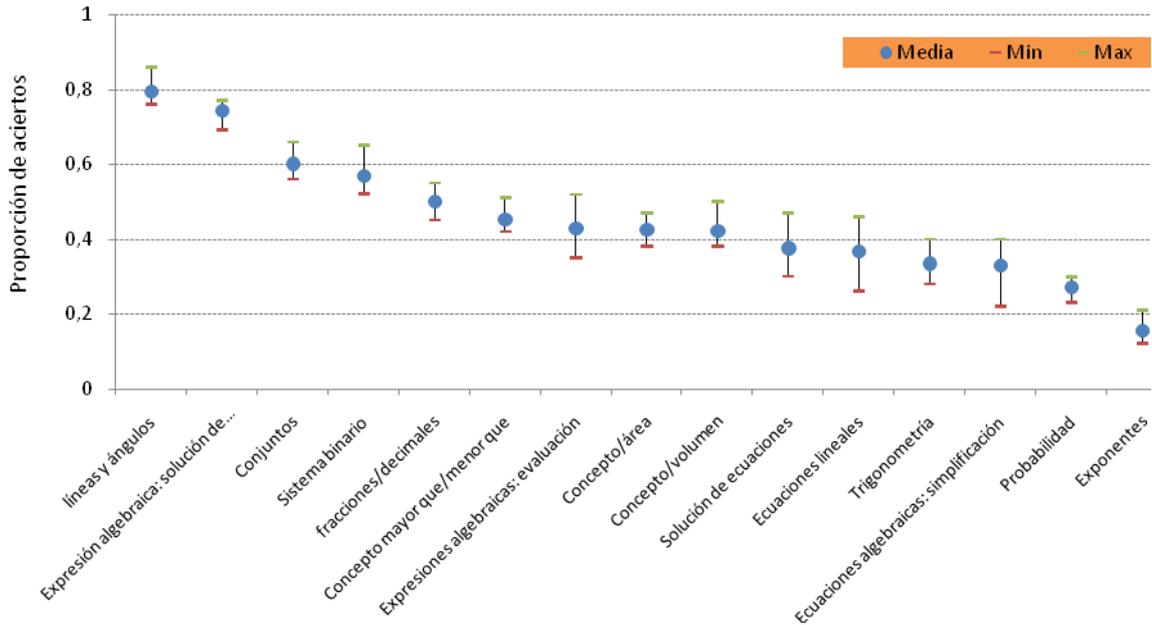


Figura 4. Medidas de tendencia central y dispersión de la proporción de aciertos en Conocimientos básicos de matemáticas (versión 2 del EXHCOBA) de cinco universidades mexicanas: 2007

Para finalizar, si analizamos los resultados presentados en las tablas VI y VII, tomando en consideración las áreas nodales del EXHCOBA (ver tabla 1), obtenemos el perfil de habilidades cuantitativas que se presenta en la figura 5. Aquí podremos apreciar que, en promedio, los estudiantes dominan entre el 60 y 70% de las Habilidades cuantitativas que conforman las seis áreas nodales que se enseñan en la primaria, y que no hay grandes diferencias en el dominio de unas sobre otras. Respecto a los Conocimientos básicos de matemáticas, en la misma gráfica podemos observar que hay diferencias importantes en el dominio de estas áreas nodales del EXHCOBA. Así, 57% de los estudiantes tienen nociones del sistema binario (aunque esto sólo se mide con un reactivo), entre 43 y 49% conocen los aspectos básicos de geometría, álgebra y aritmética, mientras que solo 32% tienen las nociones de probabilidad básica.

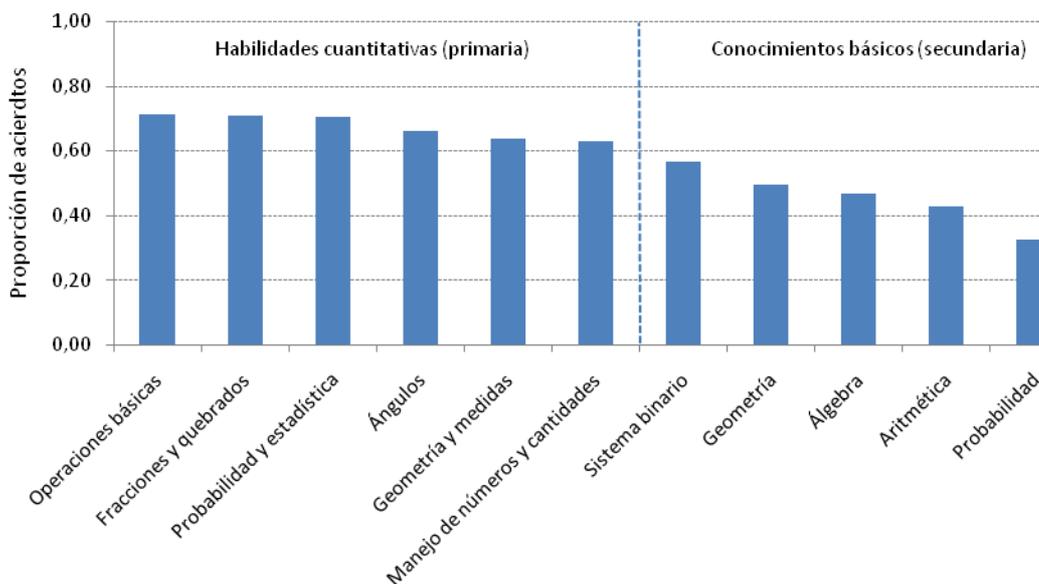


Figura 5. Proporción de aciertos en las áreas nodales de Habilidades cuantitativas y Conocimientos básicos de matemáticas en cinco universidades mexicanas: 2007

Conclusiones

Este trabajo tuvo el propósito de evaluar las habilidades básicas de razonamiento matemático que logran adquirir los estudiantes que aspiran ingresar al nivel de educación superior en México. Para lograr este objetivo, se analizó retrospectivamente una muestra representativa de resultados que arrojó el EXHCOBA como parte del proceso de admisión de cinco universidades estatales públicas en los años de 2006 y 2007.

Tres consideraciones se deben de tener en cuenta para ponderar los alcances y limitaciones de los resultados expuestos en este trabajo:

Primero, los estudiantes que terminan el bachillerato y aspiran ingresar al nivel de Educación Superior, deben ser considerados los mejores estudiantes del país. Lo anterior se entiende si consideramos que hasta 2008, se encontraban dentro de la escuela el 82.6% de los niños de 3 a 5 años, el 100% de quienes tenían de 6 a 11 años, el 96% de los jóvenes cuya edad fluctuaba entre 12 y 14 años (secundaria), y el 57.5% de jóvenes en edades de 15 a 17 años (Martínez-Rizo y col., 2008). Lo anterior quiere decir que menos de seis de cada diez mexicanos logra estudiar el bachillerato. Si a esto se le suma la escasa cobertura de la educación superior en México, que aproximadamente es del 25%, podemos decir que solo uno de cada cuatro alumnos mexicanos estudia una carrera universitaria (Instituto de Estudios para la Transición Democrática, 2010).

Segundo, la muestra de estudiantes que participaron en esta investigación representa a quienes aspiraron ingresar a las cinco universidades de 2006 a 2009. Hay que recordar que se analizaron los resultados de los estudiantes que contestaron una de las tres versiones del EXHCOBA, consideradas en este trabajo (2,3 y 4). Dado que la selección de este 30% de estudiantes es completamente aleatoria, los resultados son más que representativos de la población total universitaria. Adicionalmente, también se puede decir que, en gran parte, representan a los egresados del nivel medio superior de las entidades federativas donde se ubican estas instituciones, ya que estas cinco universidades públicas son las de mayor importancia en cada uno de los estados y las de mayor matrícula.

Tercero, de mayor importancia para la interpretación de los resultados es que en este estudio (como en otras investigaciones) el EXHCOBA ha demostrado tener la calidad técnica para ser considerado como un instrumento válido y confiable para evaluar el aprendizaje de los estudiantes del nivel medio superior. Las competencias matemáticas que se analizaron en este trabajo representan 45 habilidades y conocimientos básicos, que son indispensables para continuar aprendiendo la disciplina, y que en teoría se deben adquirir durante el trayecto de la educación básica. Treinta de estas competencias se enseñan en la primaria y 15 en la secundaria.

Ahora bien, de los resultados que se reportan en este trabajo podemos destacar los siguientes. Por un lado, las habilidades básicas de razonamiento matemático que adquieren los estudiantes son muy estables a lo largo del tiempo. Esto se fundamenta en el hecho de que los resultados de cada institución en dos cohortes de estudiantes (2006 y 2007) fueron idénticos, no solo a nivel de área nodal, sino en cada una de las 45 competencias evaluadas. Es decir, las habilidades de razonamiento matemático que aprenden los estudiantes en un estado (o en el país) no cambian de un año a otro, incluso cuando son evaluados grupos distintos de estudiantes en diferentes años.

Por otro lado, la información que proporciona esta investigación confirma lo reportado en muchas publicaciones nacionales e internacionales, que señalan el bajo nivel de escolaridad con que egresan los estudiantes del bachillerato en México. En este caso, se trata de un bajo nivel de habilidades básicas de razonamiento matemático que, en teoría, se deben de adquirir durante la educación básica (primaria y secundaria). Basta con señalar que de los estudiantes que aspiran a ingresar al nivel de educación superior en las cinco entidades federativas:

- Aproximadamente, 30% no manejan adecuadamente las operaciones básicas, las fracciones y los quebrados y no tienen las nociones básicas de estadística (de primaria).
- Cerca del 35% no tienen las habilidades para manejar ángulos, geometría básica, así como números y cantidades.
- Más del 40% no conoce la lógica elemental del sistema binario.
- La mitad tiene problemas con la geometría básica, la aritmética y el álgebra elemental.
- Casi el 70% no tiene las nociones de probabilidad.
- El 78% no entiende a los exponentes como una multiplicación abreviada
- El 83% no puede calcular el perímetro de una circunferencia.

Estos resultados nos explican en gran medida porqué en las evaluaciones comparativas internacionales (por ejemplo, PISA) México obtiene puntuaciones inferiores a la de los países industrializados e incluso al de algunos países latinoamericanos (por ejemplo: Chile). En dichos estudios se miden competencias complejas que implican un alto nivel de razonamiento. Si como se ha demostrado en este trabajo, en México los estudiantes no dominan las habilidades básicas de razonamiento matemático, no se puede esperar que dominen competencias de mayor complejidad.

Igualmente, estos resultados empatan con lo reportado en distintas publicaciones por el INEE y por la SEP, en el sentido de que una gran cantidad de estudiantes mexicanos que terminan la secundaria no alcanza el nivel de logro educativo básico o mínimo en la asignatura de matemáticas (Backhoff y col., 2006; Sanchez y Andrade, 2009).

Finalmente, los resultados de este trabajo apuntan a que el SEM debe evaluar a fondo las causas de este pobre desempeño escolar, algunas de las cuales pudieran ubicarse en los siguientes ejes: 1) bajas expectativas curriculares (por parte de los profesores, estudiantes y padres de familia), 2) incongruencia entre las metas curriculares y los resultados educativos (por ejemplo, habilidades que no se enseñan), 3) métodos de enseñanza ineficaces (por ejemplo, memorísticos y mecánicos) y estrategias de aprendizaje ineficientes (por ejemplo, prácticas rutinarias y estudiar para la prueba), 4) pocas oportunidades de aprendizaje (por ejemplo, alta inasistencia e impuntualidad de los docentes) y 5) falta de valoración sobre el estudio, por parte de los estudiantes y de la sociedad en general.

Corolario

Si las habilidades cuantitativas y los conocimientos básicos de matemáticas no se adquieren bien en los primeros años escolares, se arrastrarán deficiencias que se agrandarán con el paso del tiempo, de tal manera que se terminará el bachillerato y se llegará a la educación superior con un nivel de razonamiento matemático muy débil, que dificultará el éxito en los estudios universitarios y ayudará a engrosar la fila de los fracasos escolares.

Referencias bibliográficas

- Backhoff, E., Andrade, E., Sánchez, A. y Peón, M. (2008). *El aprendizaje en tercero de preescolar en México: Lenguaje y comunicación y Pensamiento matemático*. México, D.F.: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Backhoff, E., Andrade, E., Peón, M., Sánchez, A. y Bouzas, A. (2006). *El aprendizaje del Español, las Matemáticas y la Expresión Escrita en la educación básica en México: sexto de primaria y tercero de secundaria*. México, D.F.: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Backhoff, E., Ibarra, M. y Rosas, M. (1995). Sistema Computarizado de Exámenes (SICODEX). *Revista Mexicana de Psicología*, 10(1), 55-62.
- Backhoff, E., Larrazolo, N. y Rosas, M. (2000). Nivel de dificultad y discriminación del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA). *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 2(1), 1-16.
- Backhoff, E. y Tirado, F. (1993). Habilidades y Conocimientos Básicos del Estudiante Universitario: hacia los estándares nacionales. *Revista de la Educación Superior*, 88, 45-65.
- Backhoff, E. y Tirado, F. (1994). Estructura y lógica del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos. *Revista Sonorense de Psicología*, 8(1), 21-33.
- Backhoff, E. y Tirado, F. (1992). Desarrollo del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos. *Revista de la Educación Superior*, jul-sep, No. 83.
- Backhoff, E. y Tirado, F. (1992). Desarrollo del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos. *Revista de la Educación Superior*, jul-sep, 83.
- Backhoff, E., Tirado, F., Larrazolo N. y Antillón L.E. (1996). Desigualdad de la educación básica en México. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, XXVI(3), 73-88.
- Díaz, M.A., Flores, G. y Martínez-Rizo, F. (2006). *PISA 2006 en México*. México, D.F.: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Gómez-Solís, E. (2009). *Concepciones inadecuadas en las matemáticas de estudiantes de tercero de secundaria en México*. Tesis de Maestría en Ciencias Educativas. Universidad Autónoma de Baja California.
- Instituto de Estudios para la Transición Democrática (2010). *Equidad social y parlamentarismo: argumentos para el debate de una época*. México, D.F.: autor.
- Secretaría de Educación Pública [SEP] (2010). *Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE)*. Consultado el 11 de junio de 2010 en: <http://enlace.sep.gob.mx/ba/>
- Sánchez, A. Y Andrade, E. (2009). *El aprendizaje en tercero de secundaria en México. Informe sobre los resultados de Excale-09, aplicados en 2008*. México, D.F.: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Tirado, F. (Coord.) (2004). *Evaluación de la Educación en México, indicadores del EXANI-I*. México, D.F.: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior.

Tirado, F., Backhoff, E., Larrazolo, N. y Rosas, M. (1997). Validez predictiva del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, II(3), 67-84.